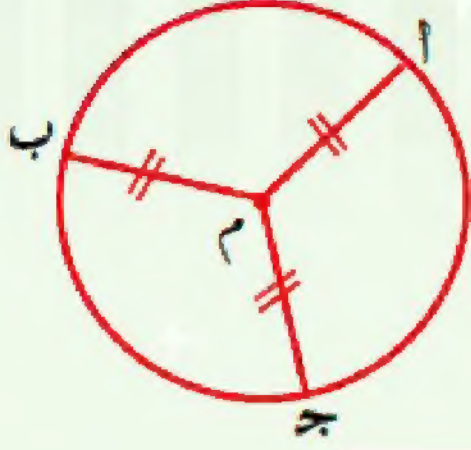


## تعريف ومفاهيم أساسية



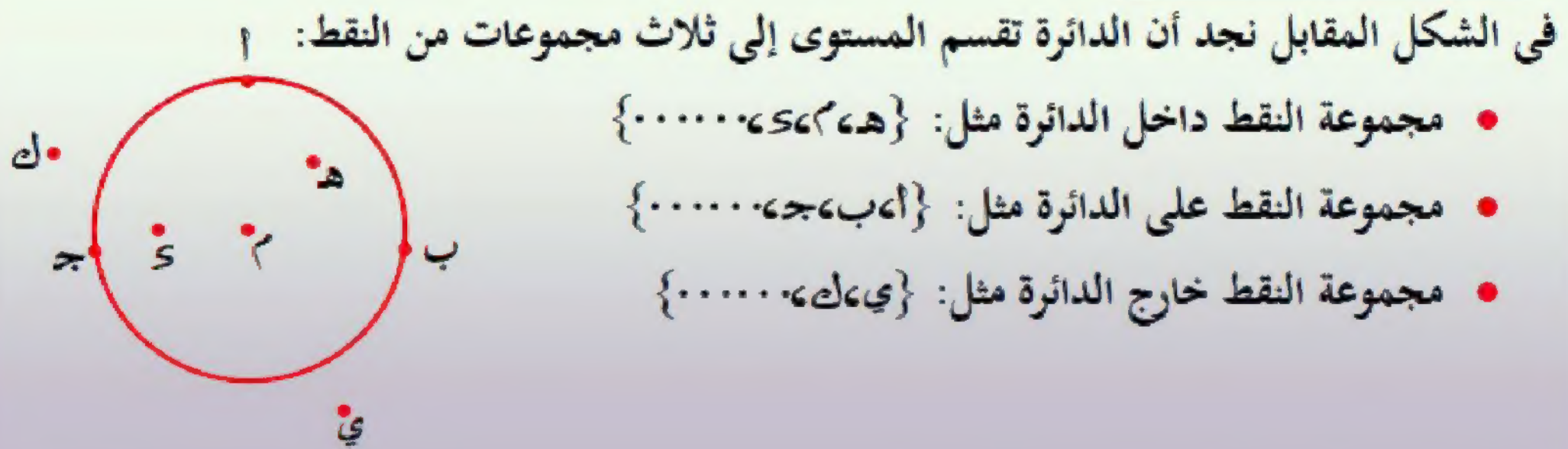
تعريف ومفاهيم أساسية على الدائرة:

الدائرة:

الدائرة هي مجموعة نقط المستوى التي تبعد بعداً ثابتاً عن نقطة ثابتة في المستوى.

النقطة الثابتة تسمى مركز الدائرة والبعد الثابت يسمى طول نصف قطر الدائرة (نوه)، ونرمز للدائرة عادة بمركزها فنقول الدائرة  $O$  تعني الدائرة التي مركزها  $O$ .

تقسيم المستوى بالدائرة:



- مجموعة النقط داخل الدائرة مثل:  $\{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K\}$
- مجموعة النقط على الدائرة مثل:  $\{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K\}$
- مجموعة النقط خارج الدائرة مثل:  $\{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K\}$

سطح الدائرة:

هو مجموعة النقط الواقعة داخل الدائرة اتحاد مجموعة النقط الواقعة على الدائرة.  
سطح الدائرة = مجموعة النقط داخل الدائرة  $\cup$  مجموعة النقط الواقعة على الدائرة





### نصف قطر الدائرة:



هو القطعة المستقيمة الواصلة من مركز الدائرة إلى أى نقطة على الدائرة.  
مثل  $\overline{OA}$ ,  $\overline{OB}$ ,  $\overline{OC}$  حيث  $OA = OB = OC = r$

### الوتر:



هو القطعة المستقيمة التي طرفاها (نهاياتها) أى نقطتين على الدائرة مثل:  
 $\overline{AB}$

### القطر:

هو وتر يمر بمركزها مثل  $\overline{AC}$  ، طول القطر  $= 2r$

### محيط الدائرة ومساحة سطح الدائرة:

محيط الدائرة  $= 2\pi r$

مساحة سطح الدائرة  $= \pi r^2$

### التماثل فى الدائرة

أى مستقيم يمر بمركز الدائرة هو محور تماثل لها.

### لاحظ أن:



الدائرة لها عدد لا نهائى من محاور التماثل.



نتائج هامة على الدائرة

نتيجة ١



المستقيم المار بمركز الدائرة وبمنتصف أى وتر فيها يكون عمودياً على هذا الوتر.  
فى الشكل المقابل:

إذا كان المستقيم ل يمر بمركز الدائرة م، ج فى منتصف  $\overline{AB}$   
فإن المستقيم ل  $\perp \overline{AB}$

نتيجة ٢



المستقيم المار بمركز الدائرة عمودياً على أى وتر فيها ينصف هذا الوتر.  
فى الشكل المقابل:

إذا كان المستقيم ل يمر بمركز الدائرة م، ل  $\perp \overline{AB}$   
فإن ج فى منتصف  $\overline{AB}$ .

نتيجة ٣



المستقيم العمودى على أى وتر فى الدائرة من منتصفه يمر بمركز الدائرة.  
فى الشكل المقابل:

إذا كان المستقيم ل  $\perp \overline{AB}$ ، ج فى منتصف  $\overline{AB}$   
فإن المستقيم ل يمر بمركز الدائرة م.



## أوضاع نقطة ومستقيم ودائرة بالنسبة لدائرة

أولاً وضع نقطة بالنسبة لدائرة:

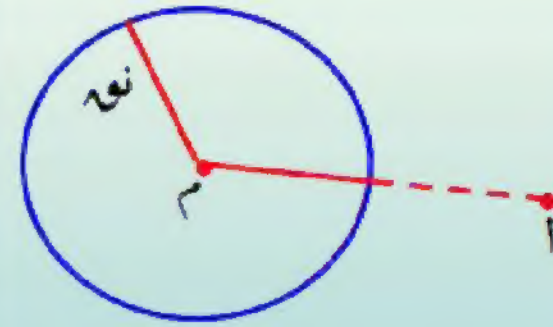
أولاً

إذا كانت  $\mathcal{M}$  دائرة طول نصف قطرها  $\mathcal{r}$ ، وكانت النقطة  $\mathcal{A}$  في مستوى الدائرة، فإن:

١ أتقع خارج الدائرة

إذا كان:

$\mathcal{r} < \mathcal{MA}$  ونوه والعكس صحيح



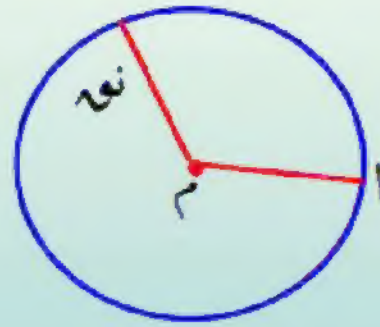
$$\emptyset = \mathcal{A} \cap \text{الدائرة } \mathcal{M}$$

$$\emptyset = \mathcal{A} \cap \text{سطح الدائرة } \mathcal{M}$$

٢ أتقع على الدائرة

إذا كان:

$\mathcal{r} = \mathcal{MA}$  ونوه والعكس صحيح



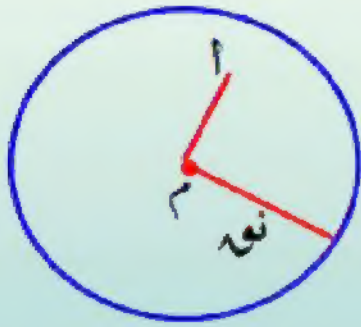
$$\{\mathcal{A}\} = \mathcal{A} \cap \text{الدائرة } \mathcal{M}$$

$$\{\mathcal{A}\} = \mathcal{A} \cap \text{سطح الدائرة } \mathcal{M}$$

٣ أتقع داخل الدائرة

إذا كان:

$\mathcal{r} > \mathcal{MA}$  ونوه والعكس صحيح



$$\emptyset = \mathcal{A} \cap \text{الدائرة } \mathcal{M}$$

$$\{\mathcal{A}\} = \mathcal{A} \cap \text{سطح الدائرة } \mathcal{M}$$

ثانياً وضع مستقيم بالنسبة لدائرة:

ثانياً

إذا كانت  $\mathcal{M}$  دائرة طول نصف قطرها  $\mathcal{r}$ ،  
ل مستقيم في مستواها،  $\mathcal{MA} \perp \mathcal{L}$  حيث  $\mathcal{A} \in \mathcal{M}$  فإن:

١ المستقيم  $\mathcal{L}$  يقع خارج

الدائرة  $\mathcal{M}$

إذا كان:  $\mathcal{r} < \mathcal{MA}$  ونوه

والعكس صحيح



$$\emptyset = \mathcal{L} \cap \text{الدائرة } \mathcal{M}$$

$$\emptyset = \mathcal{L} \cap \text{سطح الدائرة } \mathcal{M}$$

٢ المستقيم  $\mathcal{L}$  قاطع

للدائرة  $\mathcal{M}$

إذا كان:  $\mathcal{r} > \mathcal{MA}$  ونوه

والعكس صحيح



$$\mathcal{L} \cap \text{الدائرة } \mathcal{M} = \{\mathcal{A}, \mathcal{B}\}$$

$$\mathcal{L} \cap \text{سطح الدائرة } \mathcal{M} = \overline{\mathcal{AB}}$$

٣ المستقيم  $\mathcal{L}$  مماس للدائرة

$\mathcal{M}$  عند نقطة  $\mathcal{A}$

إذا كان:  $\mathcal{r} = \mathcal{MA}$  ونوه

والعكس صحيح



$$\mathcal{L} \cap \text{الدائرة } \mathcal{M} = \{\mathcal{A}\}$$

$$\mathcal{L} \cap \text{سطح الدائرة } \mathcal{M} = \{\mathcal{A}\}$$

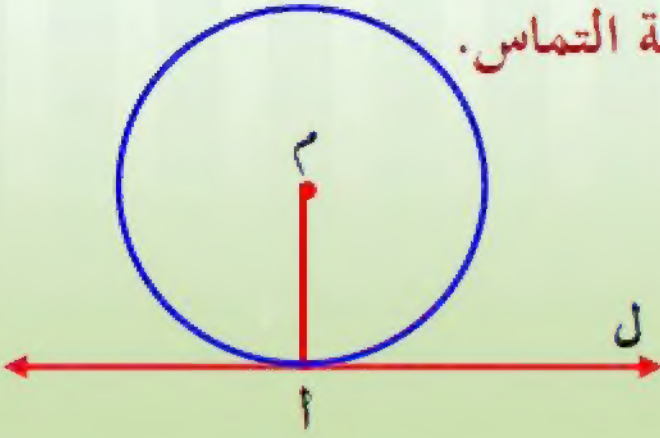
أتسمى نقطة التماس



### حقائق هامة

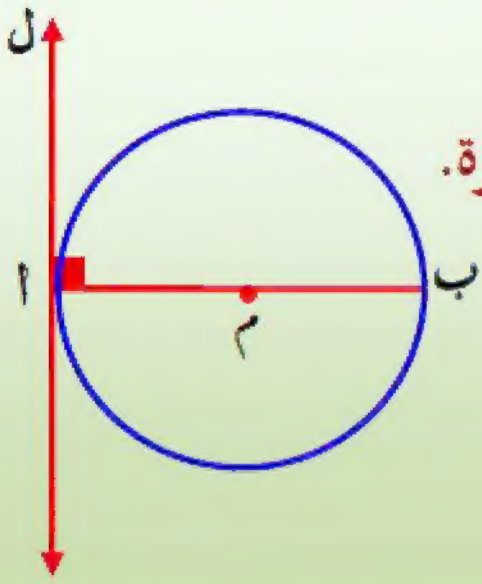
#### حقيقة ١

المماس للدائرة يكون عمودياً على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس.  
أى أنه إذا كان المستقيم  $ل$  مماساً للدائرة  $د$  عند النقطة  $أ$   
.:  $\overline{أد} \perp$  المستقيم  $ل$



#### حقيقة ٢

المستقيم العمودى على قطر الدائرة من إحدى نهايتيه يكون مماساً للدائرة.  
أى أنه إذا كان  $\overline{أب}$  قطراً فى الدائرة  $د$  ،  
المستقيم  $ل \perp \overline{أب}$  عند النقطة  $أ$   
فإن: المستقيم  $ل$  مماس للدائرة عند  $أ$



### العلاقة بين المماسين المرسومين للدائرة من نهايتى أى قطر فيها

المماسين لدائرة المرسومين من نهايتى قطر فيها يكونان متوازيين



تلخيص

◀ لتحديد وضع دائرتين  $M$  و  $N$  طولاً نصفى قطريهما  $r_1$  و  $r_2$  على الترتيب حيث  $r_1 < r_2$  :

١ ■ إذا كان  $r_2 < r_1 + r_2$  الدائرتان متباعدتان.

■ إذا كان  $r_2 = r_1 + r_2$  الدائرتان متماستان من الخارج.

٢ ■ إذا كان  $r_2 > r_1 - r_2$  الدائرتان متداخلتان.

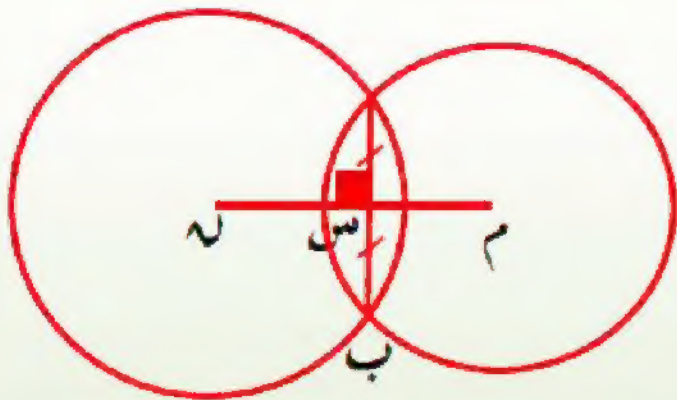
■ إذا كان  $r_2 = r_1 - r_2$  الدائرتان متماستان من الداخل.

٣ ■ إذا كان  $r_2 - r_1 > r_2 > r_1 + r_2$  الدائرتان متقاطعتان.

أى أن  $r_2 \in [r_2 - r_1, r_1 + r_2]$

نتائج

نتيجة ٢



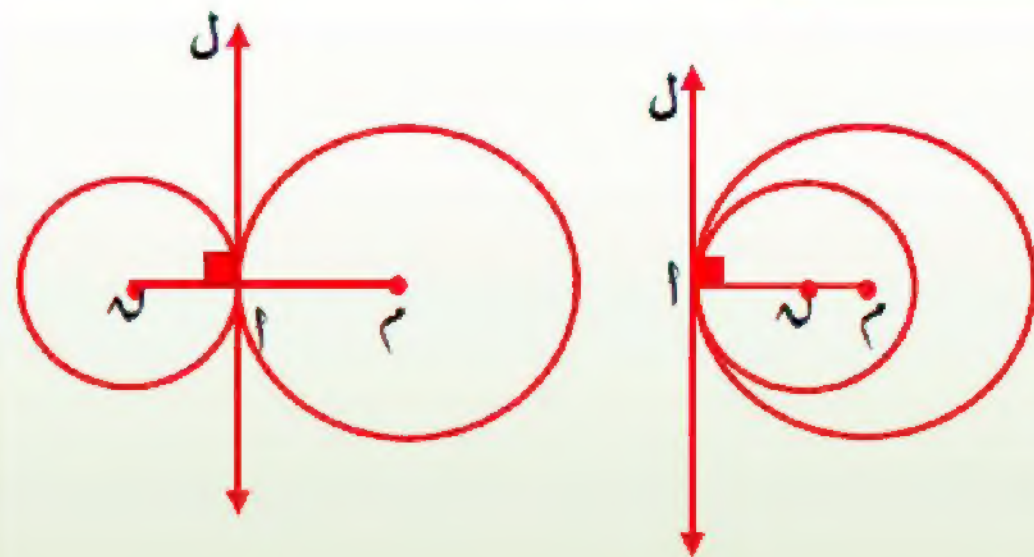
٢ خط المراكزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً

على الوتر المشترك وينصفه.

$\overline{MN} \perp \overline{AB}$  ،  $AS = BS$

أى أن:  $\overline{MN}$  محور تماثل  $\overline{AB}$

نتيجة ١



١ خط المراكزين لدائرتين متماستين يمر بنقطة

التماس، ويكون عمودياً على المماس المشترك.

$\overline{MN} \perp L$



## تعيين الدائرة

الدرس  
الثالث

### كيفية رسم الدائرة

يمكن رسم دائرة بشروط معطاه، وهي إذا علمنا:

طول نصف قطر الدائرة

و

مركز الدائرة

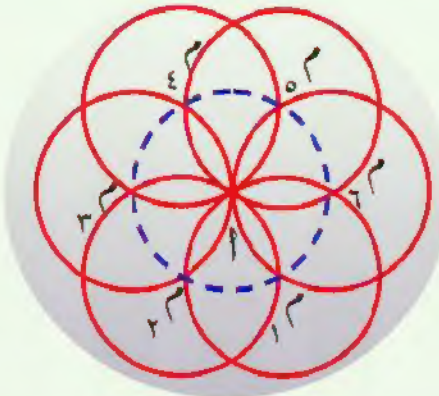
رسم دائرة تمر بنقطة معلومة:

أولاً

### قاعدة هامة

يمكن رسم عدد لا نهائى من الدوائر تمر بنقطة معلومة مثل ١

### قاعدة هامة



إذا كانت أنصاف أقطار هذه الدوائر متساوية في الطول ، فإن مراكزها تقع على دائرة مطابقة لها ومركزها النقطة ١



### ملاحظات مهمة

- ١ يوجد عدد لا نهائى من الدوائر ، تمر بنقطتين معلومتين مثل أ، ب ومراكز هذه الدوائر تقع جميعها على محور تماثل  $\overline{AB}$ .
- ٢ طول نصف قطر أصغر دائرة يمكن رسمها لكى تمر بالنقطتين أ، ب يكون مساوياً  $\frac{1}{2} AB$ .
- ٣ إذا كان طول نصف قطر الدائرة أصغر من  $\frac{1}{2} AB$  فلا يمكن رسم أى دائرة تمر بالنقطتين أ، ب.
- ٤ عند كل قيمة أكبر من  $\frac{1}{2} AB$  يمكن رسم دائرتين فقط تمران بالنقطتين أ، ب.
- ٥ لا يمكن أن تتقاطع دائرتان فى أكثر من نقطتين.

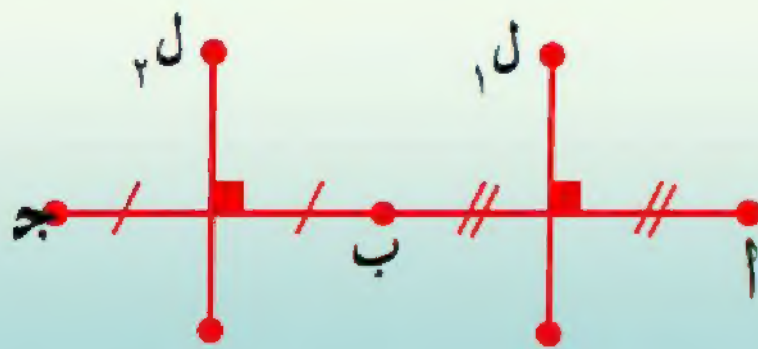
رسم دائرة تمر بثلاث نقاط معلومة:

ثالثاً

### قاعدة هامة

أى ثلاث نقاط لا تنتمى لمستقيم واحد تمر بها دائرة وحيدة

### ملحوظة هامة



لا يمكن رسم دائرة تمر بالنقاط الثلاث أ، ب، ج، حيث  
 $\emptyset = \text{A, B, C على استقامة واحدة لأن } \text{A, B, C} \cap \text{A, B, C} = \emptyset$   
 أى لا يمكن تعيين مركز الدائرة (٢)

### نتائج هامة



١ الدائرة التى تمر برؤوس مثلث تسمى دائرة خارجة للمثلث.

٢ الأعمدة المقامة على أضلاع مثلث من منتصفاتها تتقاطع فى نقطة واحدة هى مركز الدائرة الخارجة لهذا المثلث.



### ملحوظة هامة

موقع مركز الدائرة الخارجة للمثلث وليكن (( نقطة م ))

المثلث الحاد الزوايا م تقع داخل المثلث

المثلث القائم الزاوية م تقع في منتصف الوتر

المثلث المنفرج الزاوية م تقع خارج المثلث

### حالة خاصة



مركز الدائرة الخارجة للمثلث المتساوي الأضلاع هو نقطة تقاطع محاور أضلاعه، وهي نقطة متوسطاته، وهي نفسها نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة، وهي نفسها نقطة تقاطع ارتفاعاته.

### ملحوظة هامة

يمكن رسم دائرة خارجة تمر بـعـوس كل من:

أى مضلع منتظم

شبه المنحرف المتساوى الساقين

المستطيل

المربع

أى مثلث

ولا يمكن رسم دائرة تمر بـعـوس كل من متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف غير متساوى الساقين.



## علاقة أوتار الدائرة بمركزها

### نظرية

الأوتار المتساوية الطول في دائرة على أبعاد متساوية من مركزها.

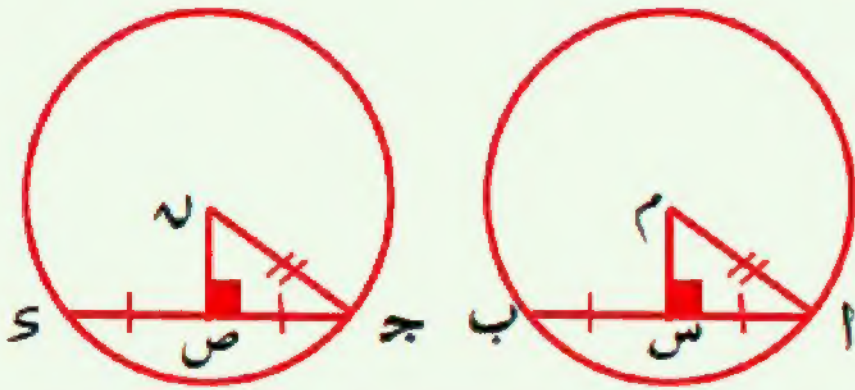
### نتيجة

الأوتار المتساوية الطول في الدوائر المتطابقة على أبعاد متساوية من المركز.

في الشكل المقابل:  $\odot M$  و  $\odot N$  دائرتان متطابقتان

إذا كان  $AB = CD$ ،  $MS \perp AB$ ،  $NS \perp CD$

فإن  $MS = NS$



### عكس النظرية (بدون برهان)

في الدائرة الواحدة (أو في الدوائر المتطابقة) إذا كانت الأوتار على أبعاد متساوية من المركز فإنها تكون متساوية في الطول.





## الزاوية المركزية وقياس الأقواس

الدرس  
الأول

### الأقواس في الدائرة



لأى نقطتين على الدائرة مثل  $A, B$   
الخط المنحني الواصل من  $A$  إلى  $B$  يسمى القوس  $AB$   
ويرمز له بالرمز  $\widehat{AB}$

### ملحوظة



النقطتان  $A, B$  على الدائرة  $M$  يقسمان الدائرة إلى جزأين  
القوس  $(\widehat{ASB})$  يقصد به القوس الأصغر  $(\widehat{AB})$   
القوس  $(\widehat{ASB})$  يقصد به القوس الأكبر  $(\widehat{AB})$

### لاحظ أن:

دائمًا يقصد بالرمز  $\widehat{AB}$   
القوس الأصغر  $\widehat{AB}$  ما لم  
يذكر خلاف ذلك.



### لاحظ أن:

إذا كان  $\widehat{AB}$  قطراً فإن:

$\angle AMB$  تكون زاوية مستقيمة

ويكون  $(\widehat{ASB})$  يطابق  $(\widehat{ASB})$

ويسمى كل منهما "نصف دائرة"

### الزاوية المركزية وقياس القوس

#### الزاوية المركزية:

هي الزاوية التي رأسها مركز الدائرة ويحمل كل من ضلعيها نصف قطر في الدائرة.



## ◀ قياس القوس:

هو قياس الزاوية المركزية المقابلة له.

## ملحوظة

القوسان المتجاوران هما قوسان من دائرة يشتركان في نقطة واحدة فقط

## ◀ قياس القوس بمعلومية نسبة ما يمثله من الدائرة:

قياس القوس = نسبة ما يمثله القوس  $\times 360^\circ$

حيث إن قياس الدائرة  $= 360^\circ$

**فمثلاً:** قياس القوس الذى يمثل  $\frac{1}{4}$  قياس الدائرة  $= \frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$

## لاحظ أن

* قياس الدائرة $= 360^\circ$	* قياس ربع الدائرة $= 90^\circ$
* قياس نصف الدائرة $= 180^\circ$	* قياس أى قوس = نسبة ما يمثله من الدائرة $\times 360^\circ$

## ◀ طول القوس:

$$\frac{\text{طول القوس}}{\text{محيط الدائرة}} = \frac{\text{قياس القوس}}{360^\circ}$$

## ملحوظة:

$$\text{طول القوس} = \frac{\text{قياس القوس}}{360^\circ} \times \text{محيط الدائرة}$$

$$\text{قياس القوس} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{محيط الدائرة}} \times 360^\circ$$

## لاحظ أن

$$\text{طول الدائرة} = 2\pi \text{ نوحه} , \text{ طول نصف الدائرة} = \pi \text{ نوحه} , \text{ طول ربع الدائرة} = \frac{1}{4}\pi \text{ نوحه}$$





## نتائج هامة

### نتيجة (١)

في الدائرة الواحدة (أو في الدوائر المتطابقة) الأقواس المتساوية في القياس متساوية في الطول والعكس صحيح.

### نتيجة (٢)

في الدائرة الواحدة (أو في الدوائر المتطابقة) الأقواس المتساوية في القياس تكون أوتارها متساوية في الطول والعكس صحيح.

### نتيجة (٣)

الوتران المتوازيان في الدائرة يحصران قوسين متساويين في القياس.

### نتيجة (٤)

القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه في الدائرة متساويان في القياس.





## العلاقة بين الزاويتين المحيطية والمركزية المشتركتين في القوس

الدرس  
الثاني

◀ **الزاوية المحيطية:**  
هي الزاوية التي رأسها على الدائرة ويحمل كل ضلع من ضلعيها وترًا في الدائرة.

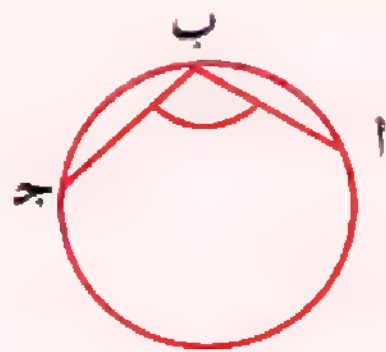
**نظرية (١)**  
◀ قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس.

**لاحظ أن**  
قياس الزاوية المركزية يساوي ضعف قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس.

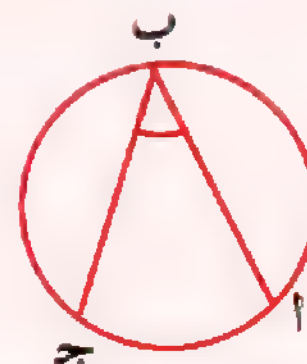
◀ **نتائج على النظرية وتمارين مشهورة:**

**نتيجة (١)**  
قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.  
**ملاحظة هامة:**  
قياس القوس يساوي ضعف قياس الزاوية المحيطية التي تحصره.

**نتيجة (٢)**  
الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة قائمة.



(١) الزاوية المحيطية التي تقابل قوسًا أكبر من نصف الدائرة (المرسومة في قطعة أصغر من نصف الدائرة) تكون منفرجة.



(١) الزاوية المحيطية التي تقابل قوسًا أصغر من نصف الدائرة (المرسومة في قطعة أكبر من نصف الدائرة) تكون حادة.

**ملحوظة:**





### تمرين مشهور (١)

إذا تقاطع وتران في نقطة داخل الدائرة فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوي نصف مجموع القوسين المقابلين لها.

### تمرين مشهور (٢)

إذا تقاطع شعاعان حاملان لوترين في دائرة خارجها، فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوي نصف قياس القوس الأكبر مطروحاً منه نصف قياس القوس الأصغر اللذين يحصرهما ضلعا الزاوية.





## الزوايا المحيطية المرسومة على نفس القوس

الدرس  
الثالث

### نظرية (٢)

◀ الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس في الدائرة الواحدة متساوية في القياس.

### نتيجة

الزوايا المحيطية التي تحصر أقواسًا متساوية في القياس في الدائرة الواحدة (أو في الدوائر المتطابقة) متساوية في القياس

لاحظ:



(١) في الدائرة م:

$$\text{إذا كان } \angle A = \angle D$$

$$\text{فإن } \angle C = \angle B$$

(٢) لأي دائرتين متطابقتين م، ن:

$$\text{إذا كان } \angle A = \angle D$$

$$\text{فإن } \angle C = \angle B$$

عكس النظرية السابقة صحيح، أي أن:

◀ الزوايا المحيطية المتساوية في القياس في الدائرة الواحدة (أو في الدوائر المتطابقة) تحصر أقواسًا متساوية في القياس.

### عكس نظرية (٢)

◀ إذا تساوى قياسا زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة، وفي جهة واحدة منها، فإنه تمر برؤسهما دائرة واحدة تكون هذه القاعدة وترًا فيها.



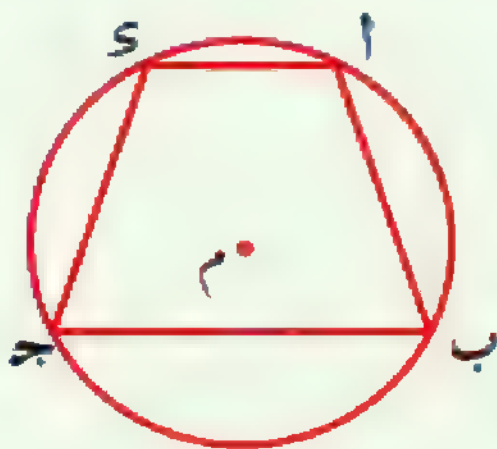


## الشكل الرباعي الدائري

الدرس  
الرابع

### تعريف

الشكل الرباعي الدائري هو شكل رباعي تنتمي رؤوسه الأربعة إلى دائرة واحدة.



في الشكل المقابل:

الشكل أ ب ج د رباعي دائري؛ لأن رؤوسه الأربعة

أ، ب، ج، د تنتمي للدائرة م

ملاحظات هامة

(١) في الشكل الرباعي الدائري:

كل زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها متساويتان في القياس.

### مما سبق نستنتج أن

من الحالات التي يكون فيها الشكل الرباعي دائريًا:

الحالة الأولى: إذا وجدت زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة فيه وفي جهة واحدة منها

ومتساويتان في القياس كان هذا الشكل رباعيًا دائريًا.

الحالة الثانية: إذا وجدت نقطة في المستوى تبعد مسافات متساوية عن جميع رؤوس الشكل الرباعي

كان هذا الشكل رباعيًا دائريًا.

إذا كان الشكل الرباعي دائريًا، فإن هذا يعني أنه توجد نقطة في المستوى تبعد مسافات

متساوية عن جميع رؤوس الشكل الرباعي، وهذه النقطة تمثل مركز الدائرة التي تمر برؤوس

هذا الشكل الرباعي.





## خواص الشكل الرباعي الدائري

الدرس  
الخامس

### نظرية (٣)

إذا كان الشكل الرباعي دائرياً فإن كل زاويتين متقابلتين متكاملتان.

نتيجة:

◀ قياس الزاوية الخارجة عند رأس من رؤوس الشكل الرباعي الدائري يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها.

### عكس نظرية (٣)

إذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان في شكل رباعي كان هذا الشكل رباعياً دائرياً.

نتيجة:

◀ إذا وجدت زاوية خارجة عند رأس من رؤوس شكل رباعي قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس كان الشكل رباعياً دائرياً.

◀ ملخص الحالات التي يكون فيها الشكل الرباعي دائرياً:

يكون الشكل الرباعي دائرياً إذا تحققت إحدى الحالات الآتية:

- (١) إذا وجدت نقطة في المستوى على أبعاد متساوية من رؤوس الشكل الرباعي.
- (٢) إذا وجدت زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة في جهة واحدة منها، ومتساويتان في القياس.

(٣) إذا زاويتان متقابلتان متكاملتان (أي مجموع قياسيهما  $= 180^\circ$ )

(٤) إذا وجدت زاوية خارجة عند رأس من رؤوس الشكل الرباعي وتساوى في القياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس.





### ملاحظات هامة

- (١) المربع، والمستطيل، وشبه المنحرف المتساوي الساقين أشكال رباعية دائرية.
- (٢) المعين، ومتوازي الأضلاع، وشبه المنحرف غير متساوي الساقين أشكال رباعية غير دائرية.



## العلاقة بين مماسات الدائرة

الدرس  
السادس

## نظرية (٤)

◀ القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة متساويتان في الطول.

## نتيجة (١):

◀ المستقيم المارُّ بمركز دائرة، ونقطة تقاطع مماسين لها يكون محورًا لهذين المماسين.

## نتيجة (٢):

◀ المستقيم المارُّ بمركز دائرة، ونقطة تقاطع مماسين لها ينصف الزاوية بين هذين المماسين، كما ينصف الزاوية بين نصفي القطرين المارين بنقطتي التماس.

## ملاحظات هامة:

في الشكل المقابل:

إذا كانت:  $\overline{AB}$ ،  $\overline{AJ}$  قطعتين مماسيتين

للدائرة  $\odot$  عند  $B$ ،  $J$ ، فإن:

$$(1) \quad \overline{AB} = \overline{AJ} = \overline{AO}$$

$$(2) \quad \overline{AB} = \overline{AJ}$$

$$(3) \quad \overline{AB} = \overline{AJ}$$

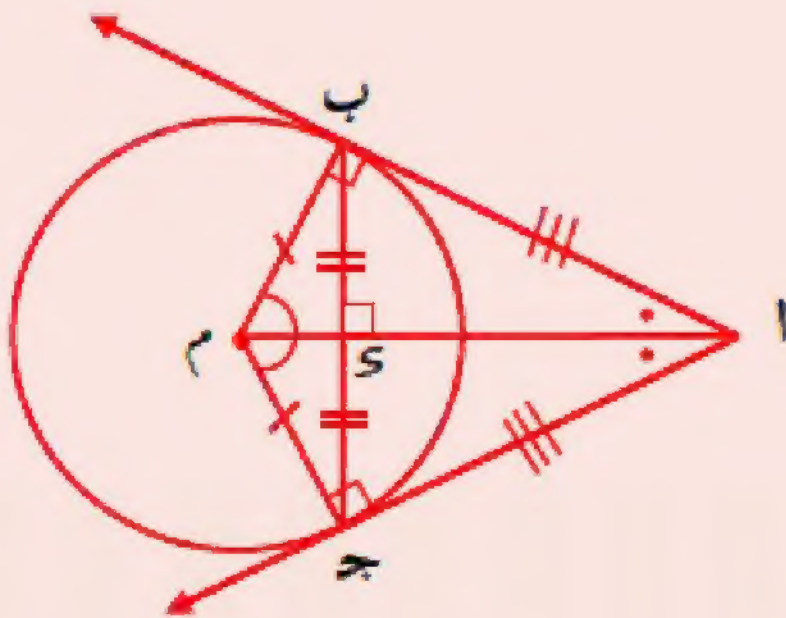
$$(4) \quad \overline{AO} \perp \overline{BJ}$$

$$(5) \quad \angle AOB = \angle AOJ = 90^\circ$$

(٦) الشكل  $ABJO$  رباعي دائري.

$$(7) \quad \angle AOB = \angle AOJ = \angle BOJ = \angle AJO$$

$$(8) \quad \angle AOB = \angle AOJ = \angle BOJ = \angle AJO$$

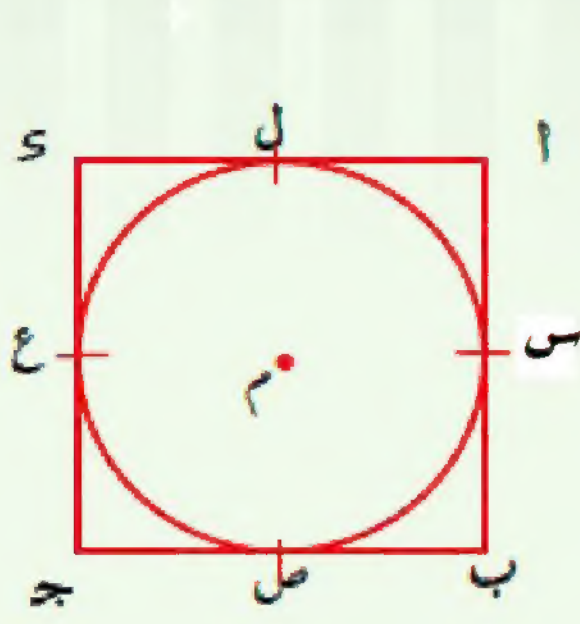




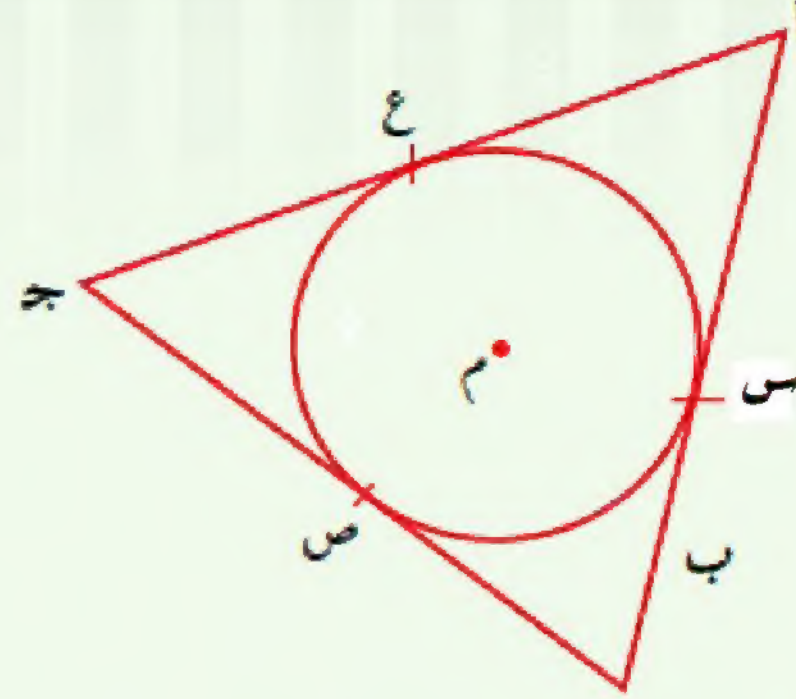
## ◀ الدائرة الداخلة لمضلع:

تعريف

◀ الدائرة الداخلة لمضلع هي الدائرة التي تماس جميع أضلاع المضلع من الداخل.



م الدائرة الداخلة للمضلع أ ب ج د



م الدائرة الداخلة للمثلث أ ب ج

## ملاحظات هامة

◀ مركز الدائرة الداخلة لأي مثلث هو نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة.

الإثبات: في الشكل المقابل:

∴ أ س، أ ع قطعتان مماستان للدائرة م

∴ م أ ينصف ∠ أ

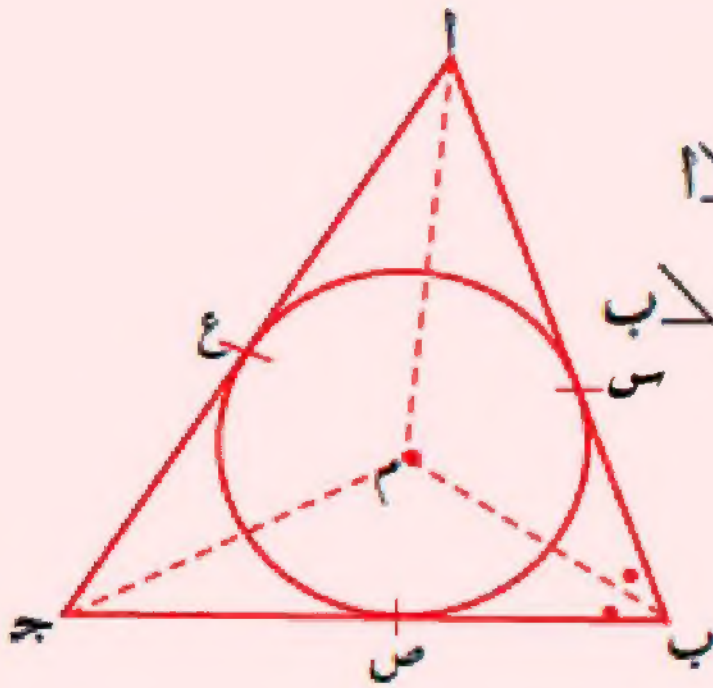
وبالمثل ب س، ب ص قطعتان مماستان للدائرة م

∴ م ب ينصف ∠ ب

وبالمثل ج م ينصف ∠ ج

∴ م أ، م ب، م ج ثلاث منصفات للزوايا الداخلة للمثلث أ ب ج

تتقاطع جميعاً في مركز الدائرة.



تعريف

◀ يُقال للمماس المشترك لدائرتين بأنه مماس مشترك داخلي إذا كانت الدائرتان تقعان في جهتين مختلفتين منه.

◀ يُقال للمماس المشترك لدائرتين بأنه مماس مشترك خارجي إذا كانت الدائرتان تقعان في جهة واحدة منه.



## الزاوية المماسية

الدرس  
السابع

## تعريف

◀ الزاوية المماسية: هي الزاوية الناتجة من اتحاد شعاعين، أحدهما مماس للدائرة والآخر يحمل وترًا في الدائرة يمر بنقطة التماس.

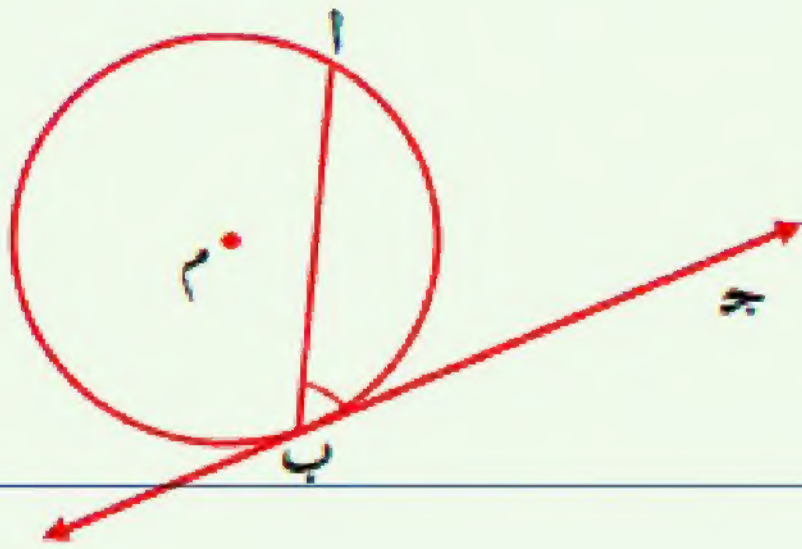


## نتيجة:

◀ قياس الزاوية المماسية يساوى نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها.

•  $\overline{AB}$  وتر في الدائرة م،  $\overline{BJ}$  مماس فإن:

$$\angle \widehat{ABJ} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$



## نظرية (٥)

◀ قياس الزاوية المماسية يساوى قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس.

## نتيجة:

◀ قياس الزاوية المماسية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس.



## ملاحظات هامة

◀ الزاوية المماسية تكمل الزاوية المحيطية المرسومة على وتر الزاوية المماسية وفي جهة واحدة منه.  
في الشكل المقابل:

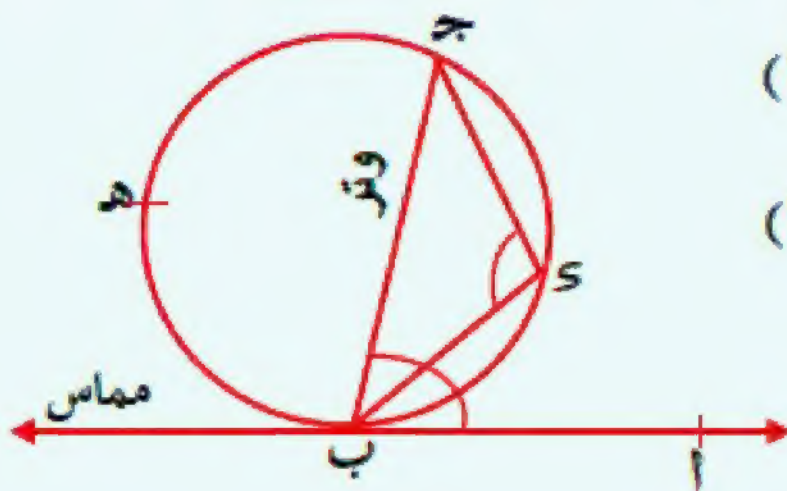
∠جبأ زاوية مماسية وترها  $\overline{جب}$ ، ∠جسب زاوية محيطية وترها  $\overline{جب}$

$$\therefore v_{\frac{1}{4}}(\text{جذب}) = v_{\frac{1}{4}}(\text{جذب})$$

$$(\widehat{\text{جہب}})v_{\frac{1}{4}} = (\Delta \text{جہب})v,$$

بجمع (١) ، (٢) ينتج أن:

$$u(\Delta \text{ جب ۱}) + u(\Delta \text{ جب ۵})$$



$$^{\circ}18. = ^{\circ}36. \times \frac{1}{2} = \left[ (\widehat{\text{ج ه ب}}) \cup (\widehat{\text{ج د ب}}) \cup \right] \frac{1}{2} =$$

## عكس نظرية (٥)

◀ إذا رُسم شعاعٌ من أحد طرفي وتر في دائرة بحيث كان قياسُ الزاوية المحصورة بين هذا الشعاع والوتر يساوي قياس الزاوية المحيطية المرسومة على نفس الوتر من الجهة الأخرى فإن هذا الشعاع يكون مماسًا للدائرة.

أى أنه:

إذا رسم  $\overline{A_1}$  من أحد طرفي الوتر  $\overline{AB}$  في الدائرة  $\mathcal{M}$  وكان :

$v(\Delta_{ab}) = v(\Delta_{ج})$  فإن :  $\vec{AM}$  مماس للدائرة ٢.

